חשבון אינפי 2-20152

דף תרגילים מס' 8.

אינטגרל כפול

1. חשב את האינטגרלים החוזרים הבאים:

(א) $\int_{1}^{1}\int_{0}^{\frac{1}{y}} ye^{xy}\,dxdy$, (ב) $\int_{0}^{2}\int_{0}^{3} e^{x-y}\,dydx$, (ג) $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{1}(x^3y^3+3xy^2)\,dydx$.

2. שרטט את התחומים הבאים ורשום אותם בסדר הפוך (כאשר D חסום מצידיו ע"י הקווים $x=b$ ו- $x=a$, רשום אותו החסום ע"י הקווים $y=d$ ו- $y=c$ המתאימים):

(א) $D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,\quad x^2\le y\le 2x\}$,

(ב) $D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,-\sqrt{1-x^2}\le y\le\sqrt{1-x^2}\}$,

(ג) $D=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1,-\sqrt{4-x}\le y\le\sqrt{4-x}\}$.

3. חשב את האינטגרלים הבאים ע"י החלפת סדר האינטגרציה:

(א) $\int_{0}^{1}\int_{3y}^{3} e^{x^2}\,dxdy$, (ב) $\int_{0}^{1}\int_{\sqrt{y}}^{1}\sqrt{x^3+1}\,dxdy$, (ג) $\int_{0}^{1}\int_{y}^{1} x^2e^{xy}\,dxdy$.

4. חשב את האינטגרלים הכפולים הבאים:

(א) $\iint_R (xy^2+\frac{y}{x})\,ds$, כאשר $R=\{(x,y)\,|\,2\le x\le 3\ ,\ -1\le y\le 0\}$,

(ב) $\iint_R \frac{2y}{x+1}\,ds$, כאשר $R=\{(x,y)\,|\,0\le x\le 1\ ,\ x-1\le y\le 0\}$.

5. **חשב** את נפח הגוף הנמצא מתחת למשטח $z=x^2+y^2+4$ ובין המישורים $x=0, y=0, z=0, x+y=1$.

6. חשב את האינטגרלים הבאים ע"י מעבר לקואורדינאטות קוטביות (פולריות).

(א) $\iint_R xyds$, כאשר $R=\{(x,y)\,|\,x\ge 0\ ,\ y\ge 0\ ,\ 4\le x^2+y^2\le 25\}$,

(ב) $\iint_R yds$, כאשר $R=\{(x,y)\,|\,x\ge 0\ ,\ 0\le y\le x\ ,\ x^2+y^2\le 9\}$,

(ג) $\iint_R (x^2+y^2)\,ds$, כאשר $R=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 2ax\ ,\ (a>0)\}$.

7. **מצא** את נפח הגוף הנמצא מתחת לפרבולויד $z=x^2+y^2$ ומעל העיגול $x^2+y^2\le 9$.

8. **חשב** את השטח (באמצעות החלפת קואורדינטות מתאימה) של התחום R המוגבל ע"י הקווים: $y=x, y=4x, xy=1, xy=9$ ברביע הראשון.

9. חשב אינטגרל $\iint_R xyds$ ע"י החלפת משתנים מתאימה, כאשר R הוא תחום הכלוא בין הקווים:

$$2x-y=1, 2x-y=-3, 3x+y=1, 3x+y=-2$$

10. מצא מסה של חלק העיגול $x^2+y^2\le 9$ ברביע הראשון בתנאי שצפיפות החומר ממנו עשוי העיגול משתנה לפי החוק $\rho=x^2$.

11. מצא את מרכז המסה של גוף מישורי החסום ע"י הקווים:
$y = \sqrt{9 - x^2}$, $y = \sqrt{1 - x^2}$, $y = x,\ y = -x$.

בהצלחה!